INFORMATOR o **egzaminie ósmoklasisty** z **matematyki**

od roku szkolnego 2018/2019

Centralna Komisja Egzaminacyjna
Warszawa 2017

E8

Zespół redakcyjny:
Edyta Warzecha (CKE)
Renata Świrko (OKE w Gdańsku)
Iwona Łuba (OKE w Łomży)
Sabina Pawłowska (OKE w Warszawie)
prof. dr hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowska
Józef Daniel (CKE)
dr Marcin Smolik (CKE)

Recenzenci:
prof. dr hab. Zbigniew Marciniak
dr hab. Maciej Borodzik
dr Anna Widur
dr Tomasz Karpowicz (recenzja językowa)

Informator został opracowany przez Centralną Komisję Egzaminacyjną
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
pl. Europejski 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spis treści

1. Opis egzaminu ósmoklasisty z matematyki

WSTĘP

Matematyka jest jednym z obowiązkowych przedmiotów egzaminacyjnych na egzaminie ósmoklasisty i na egzaminie maturalnym.

Egzamin ósmoklasisty z matematyki sprawdza, w jakim stopniu uczeń VIII klasy szkoły podstawowej spełnia wymagania określone w podstawie programowej kształcenia ogólnego dla pierwszych dwóch etapów edukacyjnych (klasy I–VIII)[1].

Informator prezentuje przykładowe zadania egzaminacyjne wraz z rozwiązaniami oraz wskazuje odniesienie zadań do wymagań podstawy programowej. Zadania w *Informatorze* nie wyczerpują wszystkich typów zadań, które mogą wystąpić w arkuszu egzaminacyjnym. Nie ilustrują również wszystkich wymagań z matematyki zapisanych w podstawie programowej. Dlatego *Informator* nie może być jedyną ani nawet główną wskazówką do planowania procesu kształcenia w szkole. Tylko realizacja wszystkich wymagań z podstawy programowej, zarówno ogólnych, jak i szczegółowych, może zapewnić odpowiednie wykształcenie matematyczne uczniów, w tym ich właściwe przygotowanie do egzaminu ósmoklasisty.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte. Zadania zamknięte to takie, w których uczeń wybiera odpowiedź spośród podanych. Wśród zadań zamkniętych znajdą się m.in. zadania wyboru wielokrotnego, zadania typu prawda-fałsz oraz zadania na dobieranie.

Zadania otwarte to takie, w których uczeń samodzielnie formułuje odpowiedź. Przedstawione przez ucznia rozwiązanie zadania musi obrazować tok rozumowania, zawierać niezbędne rachunki, przekształcenia czy wnioski.

Wśród zadań otwartych znajdą się zarówno takie, które będzie można rozwiązać typowym sposobem, jak i takie, które będą wymagały zastosowania niestandardowych metod rozwiązywania. Uczeń będzie musiał, wykorzystując posiadane wiadomości i umiejętności, wymyślić i zrealizować własny plan rozwiązania zadania, który pozwoli mu wykonać polecenie lub udzielić odpowiedzi na pytanie postawione w zadaniu. W niektórych zadaniach uczeń będzie musiał przedstawić uzasadnienie wskazanych zależności.

Zadania egzaminacyjne będą sprawdzały poziom opanowania umiejętności opisanych w następujących wymaganiach ogólnych w podstawie programowej kształcenia ogólnego:
- sprawność rachunkowa
- wykorzystanie i tworzenie informacji

---

[1] Zgodnie z zapisem warunków i sposobu realizacji podstawy programowej działy XIV–XVII dla klas VII i VIII mogą zostać zrealizowane po egzaminie ósmoklasisty, zatem umiejętności zapisane w tych działach nie będą sprawdzane na egzaminie ósmoklasisty.
Treści zalecane do realizacji – zawarte w działach: I pkt 5, II pkt 13–17, IV pkt 13 i 14, V pkt 9, IX pkt 8, X pkt 5 i XI pkt 4 podstawy programowej dla klas IV–VI – będą sprawdzane na egzaminie ósmoklasisty.

- wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji
- rozumowanie i argumentacja.

OPIS ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO

Egzamin ósmoklasisty z matematyki trwa 100 minut[2]. W arkuszu egzaminacyjnym będzie od 19 do 23 zadań. Liczbę zadań oraz liczbę punktów możliwych do uzyskania za poszczególne rodzaje zadań przedstawiono w poniższej tabeli.

Rodzaj zadań	Liczba zadań	Łączna liczba punktów	Udział w wyniku sumarycznym
zamknięte	14–16	14–16	ok. 50%
otwarte	5–7	14–16	ok. 50%
RAZEM	19–23	28–32	100%

W arkuszu egzaminacyjnym jako pierwsze zamieszczone będą zadania zamknięte, a po nich – zadania otwarte.

ZASADY OCENIANIA

Zadania zamknięte

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Zadania otwarte

Za poprawne rozwiązanie zadania otwartego będzie można otrzymać, w zależności od jego złożoności, maksymalnie 2, 3 lub 4 punkty. Za każde poprawne rozwiązanie przyznaje się maksymalną liczbę punktów, nawet jeżeli nie została uwzględniona w zasadach oceniania.

Ocena rozwiązania zadania otwartego zależy od tego, jak daleko uczeń dotarł w drodze do całkowitego rozwiązania. Poniżej przedstawione zostały przykładowe schematy punktowania rozwiązań zadań otwartych.

Schemat punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 4 punkty:

4 pkt – rozwiązanie pełne.

3 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, rozwiązanie zostało doprowadzone do końca, ale zawierało usterki (błędy rachunkowe, niedokonanie wyboru właściwych rozwiązań itd.).

2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie było kontynuowane lub było kontynuowane błędną metodą.

[2] Czas trwania egzaminu może zostać wydłużony w przypadku uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, w tym niepełnosprawnych, oraz w przypadku cudzoziemców. Szczegóły są określane w *Komunikacie dyrektora Centralnej Komisji Egzaminacyjnej w sprawie szczegółowych sposobów dostosowania warunków i form przeprowadzania egzaminu ósmoklasisty* w danym roku szkolnym.

1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Schemat punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 3 punkty:

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – rozwiązanie, w którym zostały pokonane zasadnicze trudności zadania, ale rozwiązanie nie było kontynuowane lub było kontynuowane błędną metodą.

1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonany został istotny postęp, ale nie zostały pokonane zasadnicze trudności zadania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Schemat punktowania rozwiązania zadania, za które można otrzymać maksymalnie 2 punkty:

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – rozwiązanie, w którym dokonano istotnego postępu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

2. Przykładowe zadania z rozwiązaniami

W *Informatorze* dla każdego zadania podano:

- liczbę punktów możliwych do uzyskania za jego rozwiązanie (po numerze zadania)
- najważniejsze wymagania ogólne i szczegółowe, które są sprawdzane w tym zadaniu
- zasady oceniania rozwiązań zadań
- poprawne rozwiązanie każdego zadania zamkniętego oraz przykładowe rozwiązania każdego zadania otwartego.

Zadanie 1. (0–1)

Kasia zauważyła, że ścienny zegar w mieszkaniu babci w ciągu każdej godziny spóźnia się o kolejne 4 minuty. Gdy poprawnie działający zegarek Kasi wskazywał godzinę 9:00, dziewczynka ustawiła na zegarze ściennym tę samą godzinę. Przyjęła, że w każdym kolejnym kwadransie opóźnienie jest jednakowe.

Którą godzinę wskaże – zgodnie z założeniami Kasi – zegar ścienny po upływie 2 godzin i 3 kwadransów od godziny 9:00, jeżeli zachowana zostanie zaobserwowana tendencja opóźniania? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 11:34 **B.** 11:37 **C.** 11:41 **D.** 11:56

Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 2. (0–1)

Marta zapisała w systemie rzymskim cztery liczby: CLXX, CXC, CCLXX oraz CCL.

Która z nich znajduje się na osi liczbowej najbliżej liczby 200? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
I. Liczby naturalne w dziesiątkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:
5) liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiątkowym, a zapisane w systemie dziesiątkowym przedstawia w systemie rzymskim.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 3. (0–1)
Do trzech jednakowych naczyń wlano tyle wody, że w pierwszym naczyniu woda zajmowała $\frac{2}{3}$ pojemności, w drugim: $\frac{3}{4}$ pojemności, a w trzecim: $\frac{5}{7}$ pojemności danego naczynia.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W naczyniu drugim było mniej wody niż w naczyniu trzecim.	**P**	**F**
W pierwszym i drugim naczyniu łącznie było tyle samo wody, co w trzecim naczyniu.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:
12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FF

Zadanie 4. (0–1)

W każdej z dwóch torebek znajdują się 32 cukierki: 17 pomarańczowych, 10 jabłkowych i 5 truskawkowych.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Do pierwszej torebki należy dołożyć **A / B** cukierki truskawkowe, aby wszystkie znajdujące się w niej cukierki truskawkowe stanowiły 25% wszystkich cukierków w tej torebce.

A. 3 **B.** 4

Liczba cukierków pomarańczowych, które należy wyjąć z drugiej torebki, aby wśród pozostałych w niej cukierków było 40% pomarańczowych, jest **C / D**.

C. mniejsza niż 5 **D.** większa niż 5

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

BD

Zadanie 5. (0–1)

Za 30 dag orzechów pistacjowych zapłacono 15,75 zł.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Za 40 dag tych orzechów należy zapłacić 21 zł.	**P**	**F**
Cena 1 kg tych orzechów jest równa 52,50 zł.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 6. (0–1)
Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wartość wyrażenia $2^3 \cdot 3^2$ jest równa **A** / **B**.

A. 36 **B.** 72

Wartość wyrażenia $5^3 - 5^2$ jest równa **C** / **D**.

C. 5 **D.** 100

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

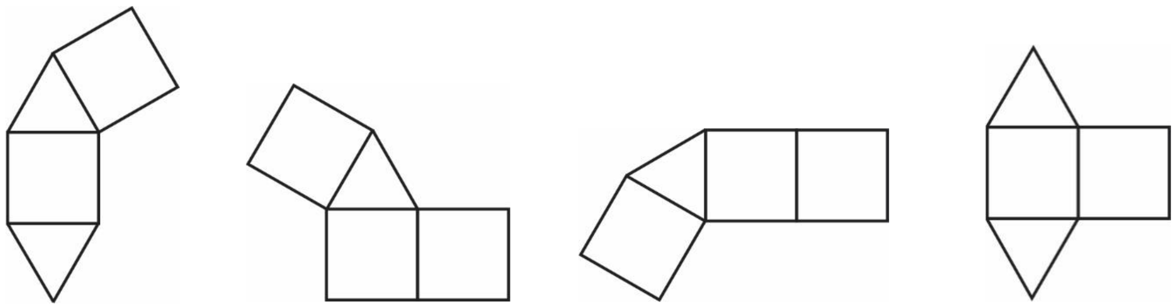
Wymagania szczegółowe
KLASY IV–VI
II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:
10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BD

Zadanie 7. (0–1)

Wojtek narysował cztery figury składające się z kwadratów i trójkątów równobocznych (tak, jak pokazano na rysunku poniżej). Aby otrzymać z nich siatki graniastosłupa, zamierza dorysować do każdej figury jeden kwadrat albo jeden trójkąt.



I II III IV

Z której figury <u>nie da się</u> w ten sposób otrzymać siatki graniastosłupa? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

X. Bryły. Uczeń:

3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 8. (0–1)

Rzucamy raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w rzucie tą kostką wypadnie liczba oczek większa od 2, ale mniejsza od 6? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:
2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 9. (0–1)

Dane jest wyrażenie $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Czy wartość tego wyrażenia jest liczbą podzielną przez 8? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

<table>
<tr><td rowspan="2">T</td><td rowspan="2">Tak,</td><td rowspan="4">ponieważ</td><td>A.</td><td>każdy z wykładników jest liczbą nieparzystą.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">B.</td><td rowspan="2">wykładnik potęgi 2^6 nie jest podzielny przez 8.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N</td><td rowspan="2">Nie,</td></tr>
<tr><td>C.</td><td>wartość tego wyrażenia można zapisać w postaci $8 \cdot 2^3$.</td></tr>
</table>

Wymaganie ogólne
IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

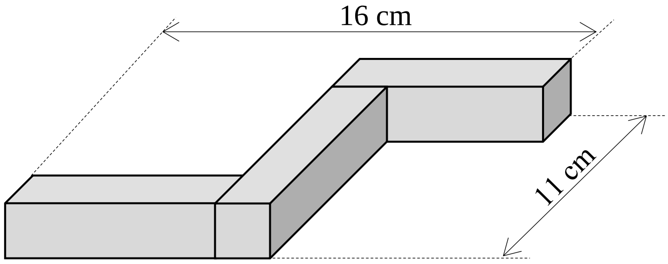
Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:
2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
TC

Zadanie 10. (0–1)

Witek ma trzy jednakowe prostopadłościenne klocki. W każdym z tych klocków dwie ściany są kwadratami, a cztery pozostałe – prostokątami. Z tych klocków zbudował figurę przedstawioną na rysunku.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dłuższe krawędzie prostopadłościennego klocka mają po 8 cm.	**P**	**F**
Objętość jednego klocka jest równa 72 cm^3.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

PP

Zadanie 11. (0–1)

Napój otrzymano, po tym jak rozcieńczono 450 ml soku wodą w stosunku 1 : 10.

Ile napoju otrzymano? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Więcej niż 4 litry, ale mniej niż 4,5 litra.
B. Dokładnie 4,5 litra.
C. Więcej niż 4,5 litra, ale mniej niż 5 litrów.
D. Dokładnie 5 litrów.
E. Więcej niż 5 litrów.

Wymaganie ogólne
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, np. wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 12. (0–1)
Dane są trzy wyrażenia:
$F = x - (2x + 5)$, $G = 6 - (-3x + 2)$, $H = 5 - (2x + 4)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej wartości x prawdziwa jest równość

A. $F + G = H$
B. $F + H = G$
C. $G + H = F$
D. $F + G + H = 0$

Wymaganie ogólne
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

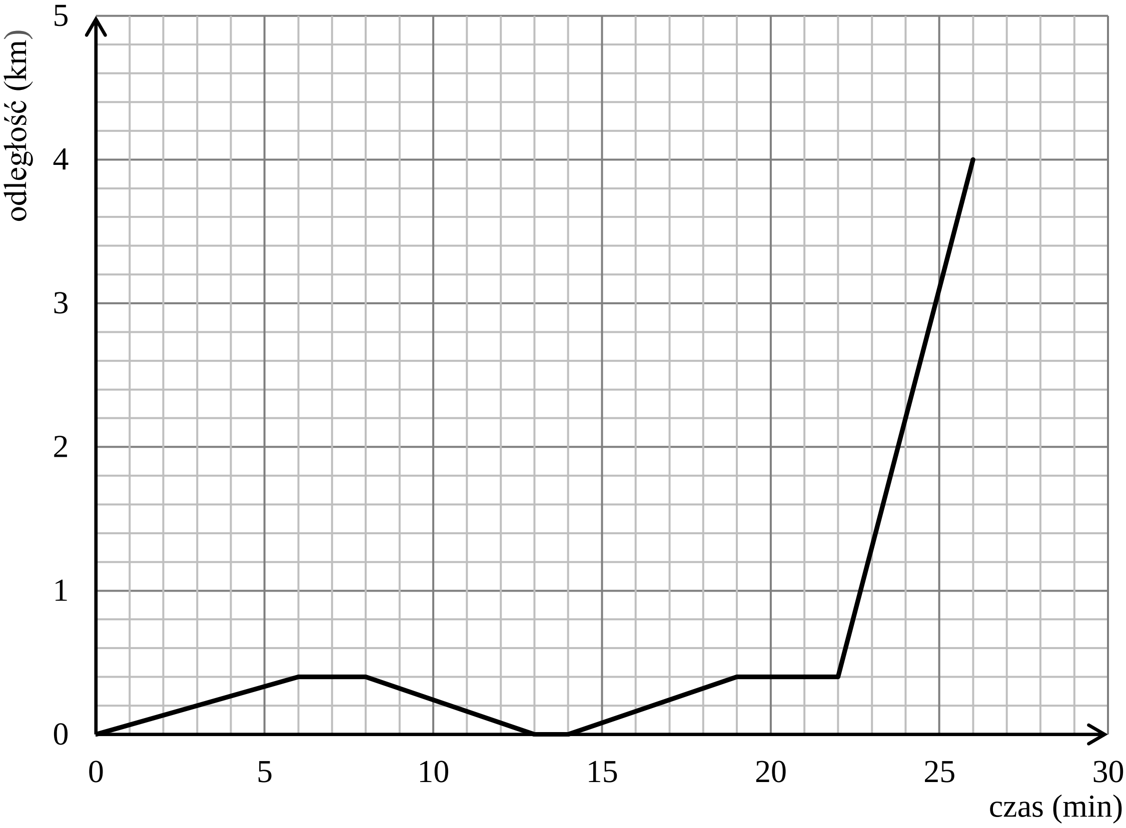
Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:
2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Informacje do zadań 13. i 14.

Mateusz mieszka w odległości 4 km od szkoły. Część drogi do szkoły pokonuje pieszo, idąc do przystanku autobusowego. Tam czeka na autobus, a następnie wsiada do niego i jedzie do szkoły. Pewnego dnia, gdy był już na przystanku, stwierdził, że zapomniał zabrać zeszyt, więc wrócił po niego do domu. Wykres przedstawia, jak tego dnia zmieniała się odległość Mateusza od domu w zależności od czasu.



Zadanie 13. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Od momentu, gdy Mateusz zawrócił z przystanku do domu, do momentu, gdy dotarł ponownie na przystanek, upłynęło

A. 11 minut. **B.** 13 minut. **C.** 14 minut. **D.** 16 minut.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 14. (0–1)
Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dom Mateusza znajduje się w odległości 400 m od przystanku autobusowego.	**P**	**F**
Autobus poruszał się ze średnią prędkością $54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 15. (0–1)
Zapisano sumę 16 jednakowych składników:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 składników}}$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość tej sumy jest równa

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:
1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 16. (0–1)
Dane są cztery liczby: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Suma trzech spośród nich jest równa 0.

Którą liczbę należy odrzucić, aby pozostały te trzy liczby, których suma będzie równa 0? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Wymaganie ogólne
I. Sprawność rachunkowa.
1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

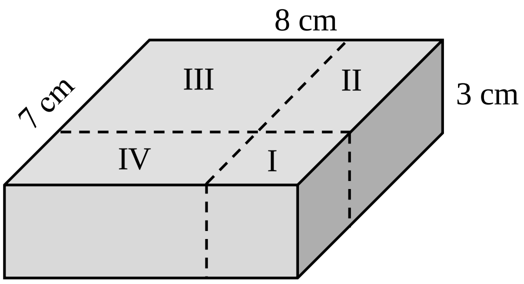
Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
II. Pierwiastki. Uczeń:
2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 17. (0–1)

Na rysunku przedstawiono prostopadłościenny klocek o wymiarach 8 cm, 7 cm i 3 cm oraz sposób, w jaki rozcięto go na cztery części: sześcian (I) i trzy prostopadłościany (II, III, IV).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość prostopadłościanu II jest równa

A. 27 cm^3 **B.** 36 cm^3 **C.** 45 cm^3 **D.** 60 cm^3

Wymaganie ogólne
IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 18. (0–1)

Na spektakl dostępne były bilety normalne w jednakowej cenie oraz bilety ulgowe, z których każdy kosztował o 50% mniej niż normalny. Pani Anna za 3 bilety normalne i 2 bilety ulgowe zapłaciła 120 złotych. Na ten sam spektakl pan Jacek kupił 2 bilety normalne i 3 ulgowe, a pan Marek kupił 2 bilety normalne i 1 ulgowy.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Pan Jacek zapłacił za bilety **A** / **B**. **A.** 120 zł **B.** 105 zł

Pani Anna zapłaciła za bilety o **C** / **D** więcej niż pan Marek. **C.** 45 zł **D.** 30 zł

Wymaganie ogólne
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

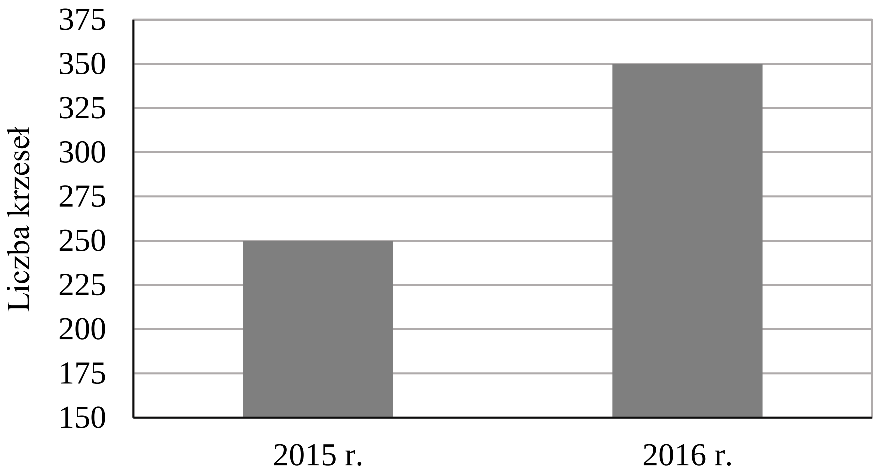
Wymaganie szczegółowe
KLASY VII i VIII
VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
BC

Zadanie 19. (0–1)

Na diagramie przedstawiono wielkość produkcji krzeseł w firmie *Mebelix* w 2015 r. i 2016 r.



Czy liczba wyprodukowanych krzeseł w roku 2016 była o 100% większa od liczby wyprodukowanych krzeseł w roku 2015? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

<table>
<tr><td>T</td><td>Tak,</td><td rowspan="3">ponieważ</td><td>A.</td><td>drugi słupek na wykresie jest 2 razy wyższy od pierwszego.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N</td><td rowspan="2">Nie,</td><td>B.</td><td>liczba krzeseł wyprodukowanych w 2016 roku jest o 40% większa niż liczba krzeseł wyprodukowanych w 2015 roku.</td></tr>
<tr><td>C.</td><td>w 2016 roku wyprodukowano o 100 krzeseł więcej niż w 2015 roku.</td></tr>
</table>

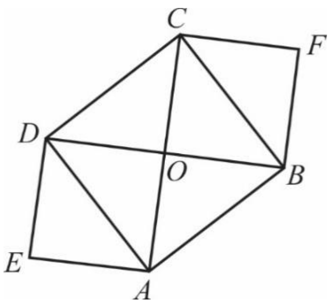
Wymaganie ogólne
IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymagania szczegółowe
KLASY VII i VIII
V. Obliczenia procentowe. Uczeń:
5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.
XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:
1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
NB

Zadanie 20. (0–1)
Na rysunku przedstawiono kwadraty *ABCD*, *EAOD* i *BFCO*. Punkt *O* jest punktem przecięcia przekątnych kwadratu *ABCD*.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole kwadratu *ABCD* jest równe sumie pól kwadratów *EAOD* i *BFCO*.	**P**	**F**
Obwód kwadratu *ABCD* jest równy sumie długości wszystkich przekątnych kwadratów *EAOD* i *BFCO*.	**P**	**F**

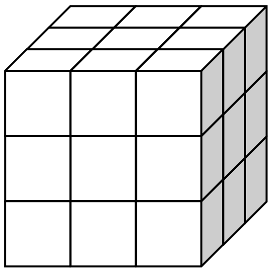
Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:
5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
PP

Zadanie 21. (0–1)
Drewnianą kostkę sześcienną o krawędzi długości 30 cm rozcięto na 27 jednakowych mniejszych sześciennych kostek. Z ośmiu takich małych kostek ułożono nowy sześcian.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Pole powierzchni nowego sześcianu jest równe 4800 cm^2.	**P**	**F**
Objętość nowego sześcianu jest równa 8000 cm^3.	**P**	**F**

Wymaganie ogólne
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe
KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
FP

Zadanie 22. (0–3)

W tabeli podano wybrane informacje na temat dwóch rodzajów herbat, które pije rodzina Nowaków.

Rodzaj opakowania	Zawartość opakowania	Cena opakowania	Ilość herbaty potrzebna do zaparzenia jednego kubka naparu
herbata w torebkach	50 torebek	8,50 zł	1 torebka
herbata sypka	50 g	5,00 zł	2 g

Rodzina ta wypija dziennie średnio 12 kubków herbaty i zamierza kupić możliwie najmniejszą liczbę opakowań herbaty jednego rodzaju, aby wystarczyło jej na 30 dni. Oblicz koszt zakupu herbaty sypkiej oraz koszt zakupu herbaty w torebkach. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia kosztu zakupu obu rodzajów herbaty na 30 dni
lub
obliczenie kosztu zakupu herbaty w torebkach na 30 dni (68 zł),
lub
obliczenie kosztu zakupu herbaty sypkiej na 30 dni (75 zł).

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia liczby opakowań jednego rodzaju herbaty na 30 dni.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Herbata w torebkach:

1 dzień — 12 torebek
30 dni — 360 torebek
W 1 opakowaniu jest 50 torebek herbaty.
360 : 50 = 7,2
Trzeba kupić 8 opakowań herbaty.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Herbata sypka:

1 dzień — 12 · 2 g = 24 g
30 dni — 30 · 24 g = 720 g
W 1 opakowaniu jest 50 g herbaty.
720 : 50 = 14 reszta 20
Trzeba kupić 15 opakowań herbaty.
15 · 5 zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Drugi sposób

Herbata w torebkach:

12 torebek herbaty wystarczy na 1 dzień
1 opakowanie to 50 torebek – wystarczy na 4 dni i zostają jeszcze 2 torebki
6 · 4 dni = 24 dni i 6 · 2 torebki = 12 torebek (1 dzień)
Na 25 dni trzeba kupić 6 opakowań.
Na kolejne 5 dni potrzebne są jeszcze 2 opakowania.
Na 30 dni trzeba kupić 8 opakowań.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Herbata sypka:

1 dzień — 12 · 2 g = 24 g
1 opakowanie zawiera 50 g, co wystarczy na 2 dni i zostaje 1 gram
15 opakowań — 30 dni i jeszcze zostaje 15 g
14 opakowań — 28 dni i 14 g
Brakuje 10 g, zatem trzeba kupić 15 opakowań.
15 · 5 zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Trzeci sposób

Herbata w torebkach:

1 dzień — 12 torebek
30 dni — 360 torebek
360 : 50 = 7 reszta 10
Na 30 dni trzeba zatem kupić 8 opakowań.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Herbata sypka:

1 dzień — 12 herbat
30 dni — 360 herbat
1 dzień — 12 · 2 g = 24 g
50 g : 2 = 25 g — jedno opakowanie herbaty sypanej wystarczy na 25 herbat
360 : 25 = 14 reszta 10
Trzeba kupić 15 opakowań.
15 · 5 zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Czwarty sposób

Herbata w torebkach:

12 torebek potrzeba na 1 dzień
$30 \cdot 12 = 360$ — liczba torebek herbaty potrzebnej na 30 dni
1 opakowanie zawiera 50 torebek herbaty
$7 \cdot 50 = 350$ torebek herbaty — za mało na 30 dni
$8 \cdot 50 = 400$ torebek herbaty — wystarczy na 30 dni
Trzeba kupić 8 opakowań tej herbaty.
$8 \cdot 8{,}50$ zł = 68 zł

Herbata sypka:

1 dzień — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — liczba gramów herbaty potrzeba na 30 dni
$14 \cdot 50 = 700$ g — za mało na 30 dni
$15 \cdot 50 = 750$ g — wystarczy na 30 dni
Trzeba kupić 15 opakowań tej herbaty.
$15 \cdot 5$ zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Piąty sposób

Herbata w torebkach:

1 dzień — 12 torebek
30 dni — 360 torebek
$360 - 50 = 310$ — 1. opakowanie
$310 - 50 = 260$ — 2. opakowanie
$260 - 50 = 210$ — 3. opakowanie
$210 - 50 = 160$ — 4. opakowanie
$160 - 50 = 110$ — 5. opakowanie
$110 - 50 = 60$ — 6. opakowanie
$60 - 50 = 10$ — 7. opakowanie
10 — 8. opakowanie

$8 \cdot 8{,}50$ zł = 68 zł

Herbata sypka:

1 dzień — $12 \cdot 2$ g = 24 g
$30 \cdot 24$ g = 720 g — liczba gramów herbaty potrzebna na 30 dni
$720 - 50 = 670$ — 1. opakowanie
$670 - 50 = 620$ — 2. opakowanie
$620 - 50 = 570$ — 3. opakowanie
$570 - 50 = 520$ — 4. opakowanie
$520 - 50 = 470$ — 5. opakowanie
$470 - 50 = 420$ — 6. opakowanie
$420 - 50 = 370$ — 7. opakowanie
$370 - 50 = 320$ — 8. opakowanie
$320 - 50 = 270$ — 9. opakowanie
$270 - 50 = 220$ — 10. opakowanie
$220 - 50 = 170$ — 11. opakowanie
$170 - 50 = 120$ — 12. opakowanie

120 – 50 = 70 — 13. opakowanie
70 – 50 = 20 — 14. opakowanie
20 — 15. opakowanie

15 · 5 zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Szósty sposób

Herbata w torebkach:
8,50 : 50 = 0,17 zł/1 torebkę
0,17 · 30 · 12 = 61,20 zł
61,20 : 8,50 = 7,2
Na 30 dni trzeba kupić 8 opakowań.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Herbata sypka:
5 : 50 = 0,10 zł/1 g
0,10 · 30 · 12 · 2 = 72 zł
72 : 5 = 14,4
Na 30 dni trzeba kupić 15 opakowań.
15 · 5 zł = 75 zł

Odpowiedź: Za herbatę w torebkach trzeba zapłacić 68 zł, a za herbatę sypką 75 zł.

Zadanie 23. (0–2)

Uzasadnij, że pierwszy dzień września i pierwszy dzień grudnia tego samego roku wypadają w tym samym dniu tygodnia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – stwierdzenie, że od 1 września do 1 grudnia mija 91 dni,
lub
stwierdzenie, że 1 grudnia przypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 września, w sytuacji gdy uzasadnienie opiera się na stwierdzeniu, że 1 września wypada w konkretnym dniu tygodnia.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

wrzesień	30 dni
październik	31 dni
listopad	30 dni
Razem:	91 dni

91 : 7 = 13

Od 1 września do 1 grudnia mija równo 13 tygodni, więc 1 września przypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 grudnia.

Drugi sposób

Przypuśćmy, że 1 września przypada w poniedziałek, zatem kolejne poniedziałki to: 8, 15, 22 i 29 września, 6, 13, 20 i 27 października, 3, 10, 17 i 24 listopada oraz 1 grudnia. Wynika stąd, że 1 września i 1 grudnia przypadają w tym samym dniu tygodnia. Tak samo jest, gdy 1 września wypada we wtorek, w środę itd. – zawsze 1 grudnia przypada w tym samym dniu tygodnia, co 1 września.

Zadanie 24. (0–3)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie dane są punkty: *K* = (–2, 8) i *M* = (4, 6). Podaj współrzędne punktu *P* takiego, że jeden z trzech punktów *P, K, M* jest środkiem odcinka o końcach w dwóch pozostałych punktach. Podaj wszystkie możliwości.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:
4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dane są jeden koniec i środek.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – rozważenie wszystkich możliwości położenia punktu *P* i przedstawienie poprawnej metody wyznaczenia ich współrzędnych.

1 pkt – rozważenie jednej z możliwości położenia punktu *P* i przedstawienie poprawnej metody wyznaczenia jego współrzędnych.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Są trzy możliwości położenia punktów *P, K* i *M*.

- Punkt $P=(x,y)$ jest środkiem odcinka KM.

  $x=\frac{-2+4}{2}=1$ $\quad$ $y=\frac{8+6}{2}=7$

  $P=(1,7)$

- Punkt *K* jest środkiem odcinka *PM*, gdzie $P=(x,y)$.

  $-2=\frac{x+4}{2}$ $\quad$ $8=\frac{y+6}{2}$

  $x+4=-4$ $\quad$ $y+6=16$

  $x=-8$ $\quad$ $y=10$

  $P=(-8,10)$

- Punkt *M* jest środkiem odcinka *PK*, gdzie $P=(x,y)$.

  $4=\frac{x-2}{2}$ $\quad$ $6=\frac{y+8}{2}$

  $x-2=8$ $\quad$ $y+8=12$

  $x=10$ $\quad$ $y=4$

  $P=(10,4)$

Odpowiedź: Punkt *P* może mieć współrzędne $(1,7)$, $(-8,10)$ lub $(10,4)$.

Zadanie 25. (0–2)

W tabeli przedstawiono ceny kupna i sprzedaży dwóch walut w kantorze *Pik*.

	Kupno	Sprzedaż
1 dolar	4,18 zł	4,25 zł
1 funt brytyjski	5,10 zł	5,22 zł

Marcin chce wymienić 400 funtów brytyjskich na dolary. W tym celu musi najpierw wymienić funty na złotówki, a następnie – otrzymane złotówki na dolary. Ile dolarów otrzyma Marcin, jeżeli wymieni walutę w kantorze *Pik*? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:
5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia kwoty (w złotych), za jaką kantor zakupił 400 funtów brytyjskich,
lub
przedstawienie poprawnej metody obliczenia kwoty (w dolarach), jaką Marcin otrzyma za 1 funt brytyjski.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

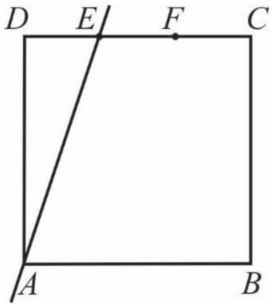
Kantor kupuje od Marcina 400 funtów brytyjskich każdy za 5,10 zł.
$400 \cdot 5{,}10\text{ zł} = 2040\text{ zł}$
Kantor sprzedaje Marcinowi dolary każdy za 4,25 zł.
$2040 : 4{,}25 = 480$
Odpowiedź: Za 400 funtów brytyjskich Marcin otrzyma 480 dolarów.

Drugi sposób

Kantor kupuje od Marcina 1 funt brytyjski za 5,10 zł, a sprzedaje mu dolary każdy po 4,25 zł.
$5{,}10 : 4{,}25 = 1{,}2$
Za każdego funta Marcin otrzymuje 1,2 dolara.
$400 \cdot 1{,}20 = 480$
Odpowiedź: Za 400 funtów brytyjskich Marcin otrzyma 480 dolarów.

Zadanie 26. (0–2)

Bok *CD* kwadratu *ABCD* podzielono punktami *E* i *F* na trzy odcinki równej długości. Przez wierzchołek *A* kwadratu i przez punkt *E* poprowadzono prostą. Pole trójkąta *AED* wynosi 24 cm^2.



Oblicz pole kwadratu *ABCD*. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, np. pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm.

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

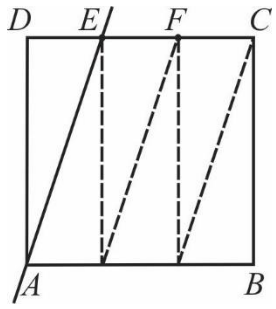
1 pkt – stwierdzenie, że pole kwadratu jest 6 razy większe od pola trójkąta *AED*,
lub
stwierdzenie, że pole połowy kwadratu jest 3 razy większe od pola trójkąta *AED*,
lub
obliczenie długości jednej z przyprostokątnych trójkąta *AED*.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Zauważmy, że kwadrat *ABCD* można podzielić na 6 trójkątów przystających do trójkąta *AED*.

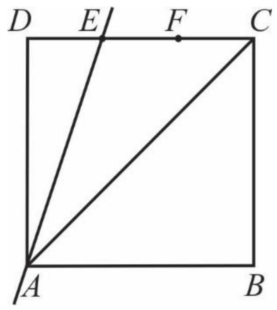


$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Odpowiedź: Pole kwadratu *ABCD* jest równe 144 cm^2.

Drugi sposób

Zauważmy, że trójkąt *AED* ma pole 3 razy mniejsze od pola połowy kwadratu. Jest zatem 6 razy mniejsze od pola kwadratu *ABCD*.



$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Odpowiedź: Pole kwadratu *ABCD* jest równe 144 cm^2.

Trzeci sposób

Oznaczmy długość boku *DE* trójkąta jako a. Wtedy bok *DA* trójkąta ma długość $3a$.
Z wzoru na pole trójkąta otrzymujemy równanie:

$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$

$3a^2 = 48$

$a = 4$

$3a = 3 \cdot 4 = 12$

$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$

Odpowiedź: Pole kwadratu *ABCD* jest równe 144 cm^2.

Zadanie 27. (0–2)

W pierwszym zbiorniku było czterokrotnie więcej wody niż w drugim. Po wlaniu 6 litrów wody do każdego z nich, w pierwszym jest dwukrotnie więcej wody niż w drugim. Ile łącznie wody jest teraz w obu zbiornikach? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia początkowej ilości wody w pierwszym zbiorniku
lub
przedstawienie poprawnej metody obliczenia początkowej ilości wody w drugim zbiorniku.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

x — początkowa ilość wody w drugim zbiorniku (w litrach)
$4x$ — początkowa ilość wody w pierwszym zbiorniku (w litrach)
$4x + 6 = 2(x + 6)$
$4x + 6 = 2x + 12$
$x = 3$
W pierwszym zbiorniku było na początku $4 \cdot 3 = 12$ litrów wody, a w drugim były 3 litry.
$12 + 6 = 18$
$3 + 6 = 9$
Po dolaniu:
– w pierwszym zbiorniku jest 18 litrów wody
– w drugim zbiorniku jest 9 litrów wody.
$18 + 9 = 27$

Odpowiedź: Razem w obu zbiornikach jest 27 litrów wody.

Drugi sposób

x — początkowa ilość wody w pierwszym zbiorniku (w litrach)
$\frac{1}{4}x$ — początkowa ilość wody w drugim zbiorniku (w litrach)

$x+6=2\left(\frac{1}{4}x+6\right)$

$x+6=\frac{1}{2}x+12$

$\frac{1}{2}x=6$

$x=12$

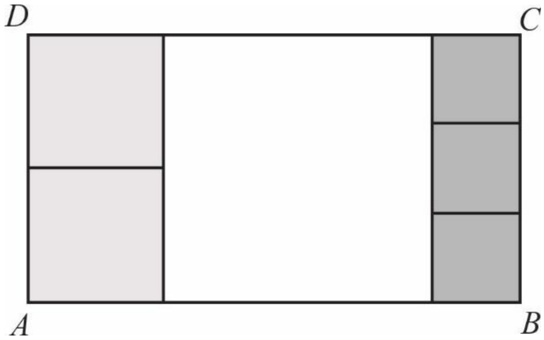
W pierwszym zbiorniku było na początku 12 litrów wody, a w drugim były $\frac{1}{4}\cdot 12=3$ litry.

12 + 6 = 18
3 + 6 = 9
Po dolaniu:
– w pierwszym zbiorniku jest 18 litrów wody
– w drugim zbiorniku jest 9 litrów wody.
18 + 9 = 27

Odpowiedź: Razem w obu zbiornikach jest 27 litrów wody.

Zadanie 28. (0–3)

Prostokąt *ABCD* podzielono na 6 kwadratów: jeden duży, dwa średnie i trzy małe, jak na rysunku.



Uzasadnij, że pole powierzchni dużego kwadratu jest większe niż połowa powierzchni prostokąta *ABCD*.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:
3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – zapisanie pola prostokąta *ABCD* i pola dużego kwadratu za pomocą wyrażeń algebraicznych zawierających tę samą zmienną
lub
zapisanie długości boku *AB* prostokąta *ABCD* i długości boku dużego kwadratu za pomocą wyrażeń algebraicznych zawierających tę samą zmienną,
lub
stwierdzenie, że dwa średnie kwadraty zajmują połowę powierzchni dużego kwadratu, a trzy małe kwadraty zajmują powierzchnię mniejszą niż połowa powierzchni dużego kwadratu,
lub
uzasadnienie poprawną metodą, lecz z błędami rachunkowymi, że duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta *ABCD*.

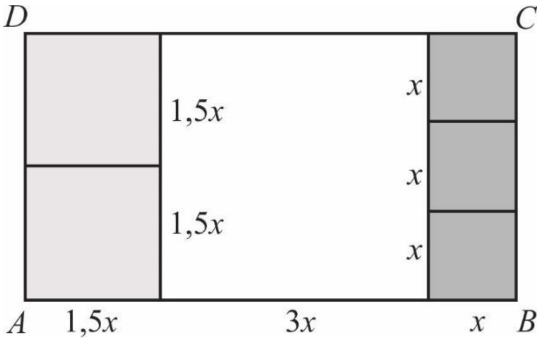
1 pkt – zapisanie zależności między długościami boków kwadratów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Jeśli długość boku małego kwadratu oznaczymy przez x, to duży kwadrat ma bok długości $3x$, a średni ma bok długości $1,5x$.



Pole prostokąta *ABCD*: $3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1,5x)^2 = 16,5x^2$

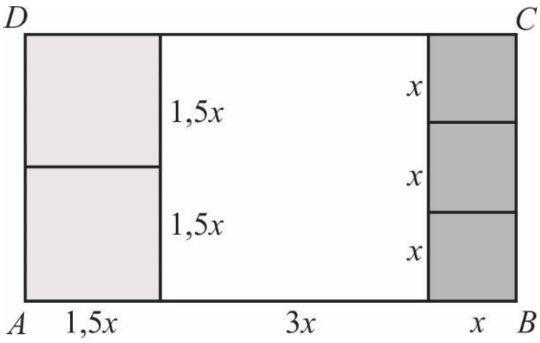
Pole dużego kwadratu: $(3x)^2 = 9x^2$

Połowa pola prostokąta *ABCD* to $8,25x^2$.

Zatem duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta *ABCD*.

Drugi sposób

Jeśli długość boku małego kwadratu oznaczymy przez x, to duży kwadrat ma bok długości $3x$, a średni ma bok długości $1,5x$.

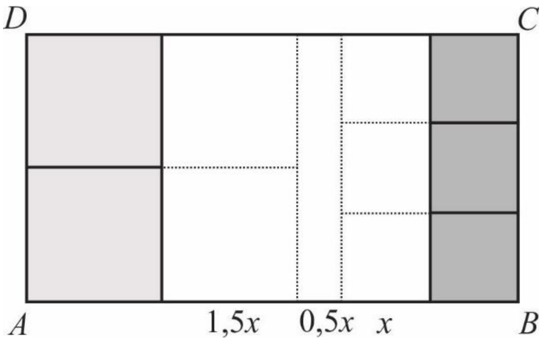


Obliczmy długość odcinka *AB*, na którym postawiono prostokąt *ABCD*: $1,5x + 3x + x = 5,5x$.
Podzielmy prostokąt *ABCD* na trzy prostokąty o tej samej wysokości *AD*: pierwszy złożony z 2 średnich kwadratów, drugi – duży kwadrat, a trzeci złożony z 3 małych kwadratów.
Duży kwadrat ma bok długości $3x$.
Połowa długości odcinka *AB* to $2,75x$.

$2,75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$

Zatem duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta *ABCD*.

Trzeci sposób



Zauważmy, że dwa średnie kwadraty zajmują połowę powierzchni dużego kwadratu, a trzy małe kwadraty zajmują powierzchnię mniejszą niż połowa powierzchni dużego kwadratu. Zatem duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta *ABCD*.

Czwarty sposób

Bok średniego kwadratu jest o połowę mniejszy od boku dużego kwadratu. Stąd pole średniego kwadratu stanowi $\frac{1}{4}$ pola dużego kwadratu.

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Bok małego kwadratu stanowi $\frac{1}{3}$ boku dużego kwadratu. Stąd pole małego kwadratu stanowi $\frac{1}{9}$ pola dużego kwadratu.

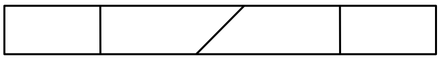
$$P_M = \frac{1}{9} P_D$$

$$2 \cdot P_{Śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

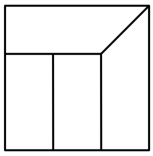
Zatem duży kwadrat zajmuje ponad połowę pola prostokąta *ABCD*.

Zadanie 29. (0–3)

Prostokątny pasek papieru pocięto na cztery części w sposób przedstawiony na rysunku 1. Z tych części ułożono figurę w kształcie kwadratu tak, jak pokazano na rysunku 2. Pole tego kwadratu jest równe 36 cm^2.



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Oblicz obwód paska papieru przed pocięciem. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, np. pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia obwodu prostokąta
lub
obliczenie wymiarów prostokątów i trapezów, z których zbudowany jest kwadrat (prostokąt: 2 cm × 4 cm, trapez: podstawy – 4 cm i 6 cm, wysokość – 2 cm).

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia długości boku kwadratu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Bok kwadratu ma długość $\sqrt{36} = 6$ (cm). Na tę długość składają się 3 szerokości paska, zatem pasek miał szerokość 6 : 3 = 2 (cm).

Pole paska jest równe polu kwadratu, zatem długość paska, to 36 : 2 = 18 (cm).

Przed pocięciem pasek miał wymiary 2 cm × 18 cm.

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40$ (cm)

Odpowiedź: Obwód paska papieru przed pocięciem był równy 40 cm.

Zadanie 30. (0–3)

Trzy sąsiadki zamówiły wspólnie kawę w sklepie internetowym. Kawa dla pani Malinowskiej miała kosztować 120 zł, a dla pani Wiśniewskiej i pani Śliwińskiej – po 90 zł. Jednak przy zakupie otrzymały rabat i za zamówioną kawę zapłaciły tylko 260 zł. Ile pieniędzy powinna zapłacić każda z pań, aby jej wpłata była proporcjonalna do pierwotnej wartości zamówienia? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:
3) stosuje podział proporcjonalny.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia kwot, które powinna zapłacić każda z sąsiadek.

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody:

- wyznaczenia, jaką częścią pierwotnej wartości zamówienia jest kawa zamówiona dla jednej z sąsiadek, np. $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,
  lub
- wyznaczenia stosunku wartości zamówień, np. 4 : 3 : 3,
  lub
- wyznaczenia stosunku należności po rabacie do pierwotnej wartości zamówienia, np. $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,
  lub
- wyznaczenia stosunku rabatu do pierwotnej wartości zamówienia, np. $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Pierwotna wartość zamówienia to 300 zł.

Koszt kawy pani Malinowskiej stanowi $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ tej kwoty.

$\frac{4}{10} \cdot 260$ zł = 104 zł — kwota do zapłaty przez panią Malinowską
260 zł – 104 zł = 156 zł — łączna kwota do zapłaty przez panie Wiśniewską i Śliwińską
156 : 2 = 78 zł — kwota do zapłaty przez każdą z pań: Wiśniewską oraz Śliwińską

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska – po 78 zł.

Drugi sposób

4 : 3 : 3 — stosunek pierwotnych wartości zamówień
4 + 3 + 3 = 10
260 zł : 10 = 26 zł
4 · 26 zł = 104 zł — kwota do zapłaty przez panią Malinowską
3 · 26 zł = 78 zł — kwota do zapłaty przez każdą z pań: Wiśniewską oraz Śliwińską

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska – po 78 zł.

Trzeci sposób

$$\frac{260}{300}=\frac{13}{15}$$

Każda pani powinna zapłacić $\frac{13}{15}$ pierwotnej wartości swojego zamówienia.

pani Malinowska: $\frac{13}{15}\cdot 120$ zł = 13 · 8 zł = 104 zł

panie Wiśniewska i Śliwińska: $\frac{13}{15}\cdot 90$ zł = 13 · 6 zł = 78 zł

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska – po 78 zł.

Czwarty sposób

40 zł — kwota rabatu

$$\frac{40}{300}=\frac{2}{15}$$

Każda pani powinna zapłacić o $\frac{2}{15}$ pieniędzy mniej niż zakładano pierwotnie.

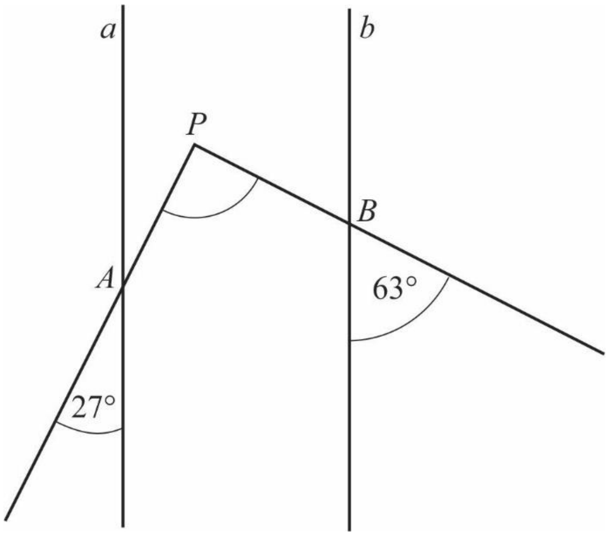
pani Malinowska: $\frac{2}{15}\cdot 120$ zł = 2 · 8 zł = 16 zł
120 zł – 16 zł = 104 zł

panie Wiśniewska i Śliwińska: $\frac{2}{15}\cdot 90$ zł = 2 · 6 zł = 12 zł
90 zł – 12 zł = 78 zł

Odpowiedź: Pani Malinowska powinna zapłacić 104 zł, a panie Wiśniewska i Śliwińska – po 78 zł.

Zadanie 31. (0–2)

Proste *a* i *b* są równoległe.



Półproste *PA* i *PB* przecinają te proste, w wyniku czego tworzą z nimi kąty ostre o miarach podanych na rysunku. Uzasadnij, że kąt *APB* jest prosty.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:
3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych.

Zasady oceniania

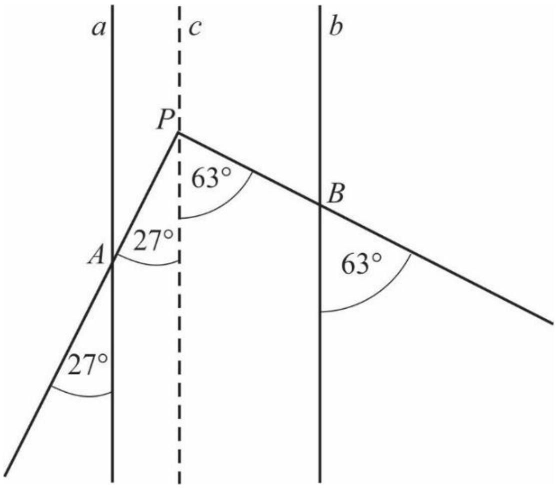
2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – poprowadzenie prostej *c* i zapisanie poprawnej miary co najmniej jednego kąta odpowiadającego do 27° lub 63°
lub
poprowadzenie prostej *AP* lub *PB* i zapisanie poprawnej miary kąta odpowiadającego w trójkącie *APC* lub *BPD*,
lub
poprowadzenie prostej *c* i zapisanie poprawnej miary kątów co najmniej jednego z trójkątów *APC* lub *BPD*,
lub
poprowadzenie prostej *c* i ustalenie miar kątów rozwartych pięciokąta *ACDBP*,
lub
poprowadzenie prostej *c* i zapisanie poprawnych miar kątów *CAP* i *CBP* czworokąta.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

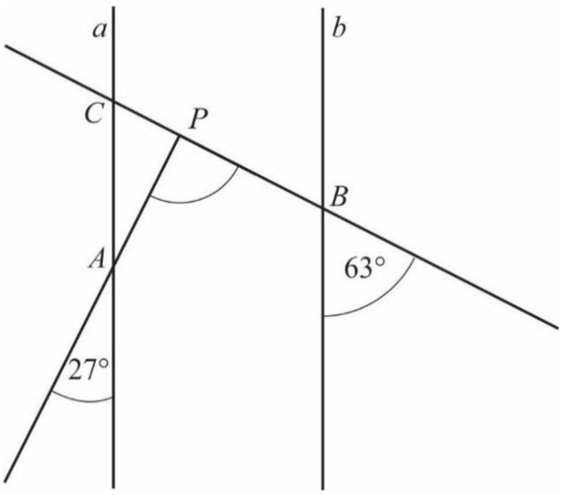
Przykładowe pełne rozwiązania

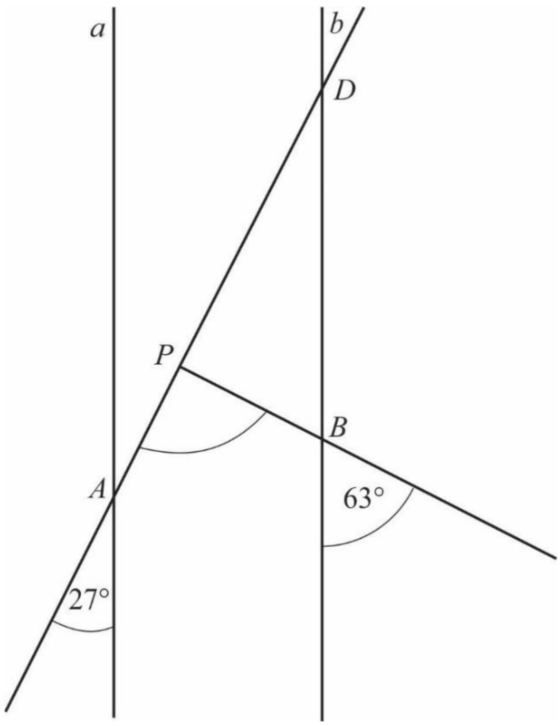
Pierwszy sposób



Przez punkt P prowadzimy prostą c równoległą do a i b. Dzieli ona kąt APB na dwie części, z których jedna jest kątem odpowiadającym do 27°, a druga – do 63°, zatem $|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.
Kąt APB jest kątem prostym.

Drugi sposób





Przedłużamy półprostą PB do przecięcia z prostą a w punkcie C lub półprostą PA do przecięcia z prostą b w punkcie D. Ustalamy miary dwóch kątów w powstałych trójkątach APC lub BPD. Jeden z kątów jest kątem wierzchołkowym, a drugi – kątem odpowiadającym do kątów odpowiednio 63° i 27°.
Obliczamy miarę trzeciego kąta w powstałych trójkątach APC lub BPD.

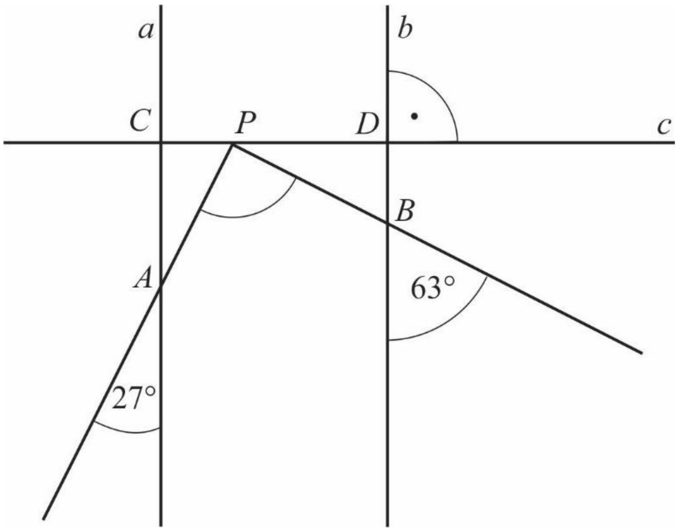
$|\sphericalangle APC| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Kąt *APB* jest kątem przyległym do kąta *APC*, czyli jest kątem prostym.

$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Kąt *APB* jest kątem przyległym do kąta *BPD*, czyli jest kątem prostym.

Trzeci sposób



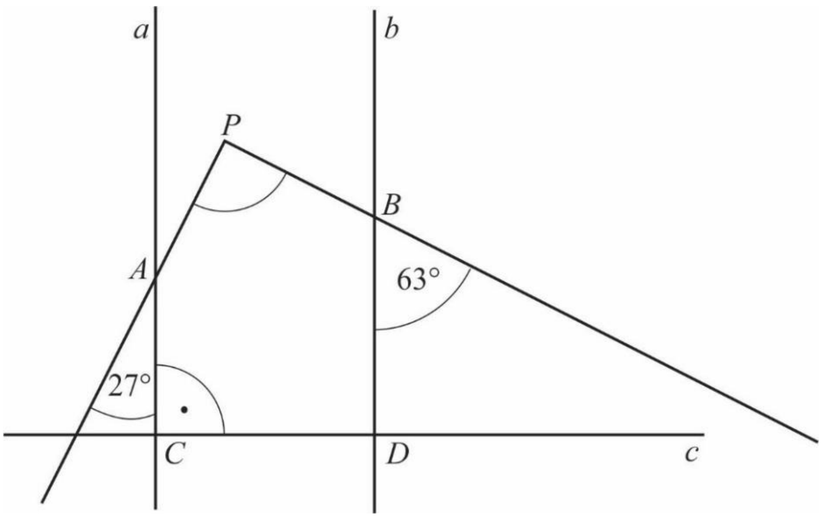
Przez punkt *P* prowadzimy prostą *c* prostopadłą do *a* i *b*. Wyznacza ona dwa trójkąty prostokątne *APC* i *BPD*. Ustalamy miary kątów ostrych tych trójkątów.

$|\sphericalangle CPA| = 90° - 27° = 63°$ oraz $|\sphericalangle BPD| = 90° - 63° = 27°$

$|\sphericalangle APB| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Kąt *APB* jest kątem prostym.

Czwarty sposób



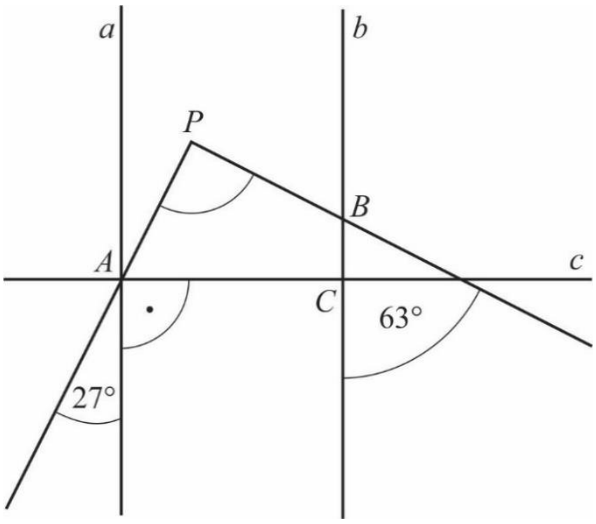
Prowadzimy prostą c prostopadłą do a i b tak, aby powstał pięciokąt wypukły. Ustalamy miary kątów rozwartych tego pięciokąta.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ oraz $|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$

$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Kąt APB jest kątem prostym.

Piąty sposób



Przez punkt A prowadzimy prostą c prostopadłą do a i b. Wyznacza ona czworokąt $ACBP$. Ustalamy miary dwóch kątów czworokąta.

$|\sphericalangle CBP| = 180° - 63° = 117°$ oraz $|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$

$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Kąt APB jest kątem prostym.

Zadanie 32. (0–4)

W pojemniku znajdują się niebieskie, czarne i zielone piłeczki. Czarnych piłeczek jest o 20% mniej niż niebieskich, a niebieskich – o 6 mniej niż zielonych. Niebieskich i zielonych piłeczek jest łącznie o 48 więcej niż czarnych. Ile jest wszystkich piłeczek w tym pojemniku? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:
4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

Zasady oceniania

4 pkt – rozwiązanie pełne.

3 pkt – obliczenie liczby piłeczek jednego koloru (poprawne rozwiązanie równania zgodnego z warunkami zadania).

2 pkt – zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą oznaczającą liczbę piłeczek wybranego/danego koloru.

1 pkt – opisanie – w zależności od liczby piłeczek wybranego koloru – liczby piłeczek pozostałych dwóch kolorów.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

n — liczba niebieskich piłeczek
$0{,}8n$ — liczba czarnych piłeczek
$n + 6$ — liczba zielonych piłeczek

$n+(n+6)=0{,}8n+48$

$2n+6=0{,}8n+48$

$1{,}2n=42$

$n=35$

$0{,}8n=28$

$n+6=41$

$35 + 28 + 41 = 104$

Odpowiedź: W pojemniku są 104 piłeczki.

Drugi sposób

z — liczba zielonych piłeczek
$z-6$ — liczba niebieskich piłeczek
$0{,}8(z-6)$ — liczba czarnych piłeczek

$z+(z-6)=0{,}8(z-6)+48$

$2z-6=0{,}8z-4{,}8+48$

$1{,}2z=49{,}2$

$z=41$

$z-6=35$

$0{,}8(z-6)=28$

$35+28+41=104$

Odpowiedź: W pojemniku są 104 piłeczki.

Trzeci sposób

c — liczba czarnych piłeczek
$1{,}25c$ — liczba niebieskich piłeczek
$1{,}25c+6$ — liczba zielonych piłeczek

$1{,}25c+(1{,}25c+6)=c+48$

$2{,}5c+6=c+48$

$1{,}5c=42$

$c=28$

$1{,}25c=35$

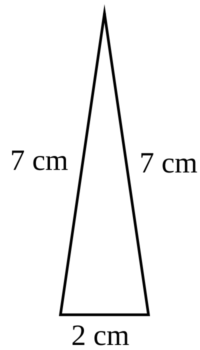
$1{,}25c+6=41$

$35+28+41=104$

Odpowiedź: W pojemniku są 104 piłeczki.

Zadanie 33. (0–4)

Trójkąt przedstawiony na rysunku jest ścianą boczną ostrosłupa prawidłowego trójkątnego.



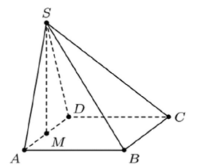
Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII
XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:
3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt *ABCD* jest podstawą ostrosłupa *ABCDS*, punkt *M* jest środkiem krawędzi *AD*, odcinek *MS* jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: $AD = 10$ cm, $AS = 13$ cm oraz $AB = 20$ cm. Oblicz objętość ostrosłupa.



Zasady oceniania

4 pkt – rozwiązanie pełne.

3 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia pola powierzchni podstawy ostrosłupa i pola powierzchni ściany bocznej ostrosłupa.

2 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia pola powierzchni podstawy ostrosłupa lub pola powierzchni ściany bocznej ostrosłupa.

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia wysokości podstawy lub wysokości ściany bocznej.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Podstawa ostrosłupa jest trójkątem równobocznym o boku 2 cm.
h — wysokość trójkąta będącego podstawą ostrosłupa
$h^2 + 1^2 = 2^2$
$h = \sqrt{3}$ (cm)

Pole podstawy: $P_p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ (cm^2)

w — wysokość ściany bocznej opuszczona na bok długości 2 cm
$w^2 + 1^2 = 7^2$
$w^2 = 48$
$w = \sqrt{48}$
$w = 4\sqrt{3}$ (cm)
$P_{śb} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm^2)
$P_c = P_p + 3 \cdot P_{śb} = \sqrt{3} + 3 \cdot 4\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$
Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe $13\sqrt{3}$ cm^2.

Zadanie 34. (0–2)

Jaskinię Książęcą może zwiedzić codziennie tylko dziesięć grup, które wchodzą po jednej w jednakowych odstępach czasu. Pierwsza grupa rozpoczyna zwiedzanie o 9:00, a ostatnia – o 16:30. Grupa harcerzy przyszła zwiedzić jaskinię o godzinie 13:25. Ile co najmniej minut harcerze będą czekali na wejście do jaskini? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:
3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach.

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – przedstawienie poprawnej metody obliczenia czasu zwiedzania jaskini.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Od godziny 9:00 do 16:30 mija 7 godzin i 30 minut, czyli 450 minut. W tym okresie jest 9 wejść do jaskini, więc jedno zwiedzanie trwa 450 : 9 = 50 minut.

Od godziny 9:00 do 13:25 jest 265 minut, a ponieważ $265 = 5 \cdot 50 + 15$, więc najbliższe wejście będzie za $50 - 15 = 35$ minut.

Odpowiedź: Harcerze będą musieli poczekać co najmniej 35 minut.

Drugi sposób

Od godziny 9:00 do 16:30 mija 7 godzin i 30 minut, czyli 450 minut. W tym okresie jest 9 wejść do jaskini, więc jedno zwiedzanie trwa 450 : 9 = 50 minut.

Kolejne wejścia do jaskini przypadają w godzinach: 9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00.

Odpowiedź: Harcerze będą musieli poczekać co najmniej 35 minut.

Zadanie 35. (0–2)

Agnieszka zapisała liczbę czterocyfrową podzielną przez 7. Skreśliła w tej liczbie cyfrę jedności i otrzymała liczbę 496. Jaką liczbę czterocyfrową zapisała Agnieszka? Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:

3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).

Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne.

1 pkt – stwierdzenie, że każdy ze składników sumy $4900 + 6x$ jest podzielny przez 7,
lub
zapisanie dzielenia pisemnego bez wskazania wyniku działania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Liczbę czterocyfrową zapisujemy w postaci $496x$, gdzie x oznacza cyfrę jedności. Liczba 4900 jest podzielna przez 7. Szukamy liczby dwucyfrowej podzielnej przez 7, której cyfra dziesiątek jest równa 6. Przez 7 dzieli się tylko liczba 63.

Odpowiedź: Agnieszka zapisała liczbę 4963.

Drugi sposób

Zapisujemy liczbę czterocyfrową w postaci $496x$, gdzie x oznacza cyfrę jedności i podzielmy ją przez 7.

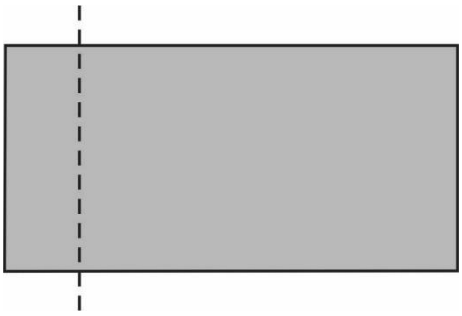
	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	x		
			0		

Aby reszta z dzielenia była równa 0, to liczba dwucyfrowa $6x$ musi być podzielna przez 7. Stąd x musi być równy 3.

Odpowiedź: Agnieszka zapisała liczbę 4963.

Zadanie 36. (0–3)

Prostokąt o bokach długości 12 i 6 podzielono na dwa prostokąty (patrz rysunek).



Obwód jednego z prostokątów otrzymanych w wyniku podziału jest 2 razy większy od obwodu drugiego. Podaj wymiary prostokąta o mniejszym obwodzie. Zapisz obliczenia.

Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI
XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:
1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne.

2 pkt – zapisanie poprawnego równania
lub
poprawne obliczenie obwodu mniejszego prostokąta
lub
przedstawienie poprawnej metody obliczenia wymiarów prostokąta o mniejszym obwodzie.

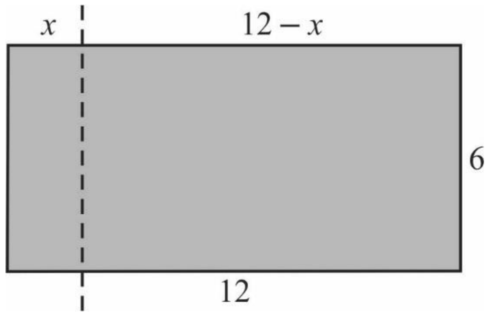
1 pkt – przedstawienie poprawnej metody oznaczenia długości dwóch boków otrzymanych prostokątów
lub
stwierdzenie, że po przesunięciu linii podziału suma obwodów otrzymanych figur się nie zmieni,
lub
dokonanie podziału prostokąta na dwa mniejsze prostokąty i obliczenie obwodów otrzymanych figur (metoda prób i błędów).

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

Przykładowe pełne rozwiązania

Pierwszy sposób

Dzielimy prostokąt na dwa prostokąty. Dwa boki otrzymanych prostokątów oznaczamy tak, jak pokazano na rysunku.



Obwód mniejszego prostokąta jest równy $2\cdot x+2\cdot 6=2x+12$

Obwód większego prostokąta jest równy $2\cdot(12-x)+2\cdot 6=36-2x$

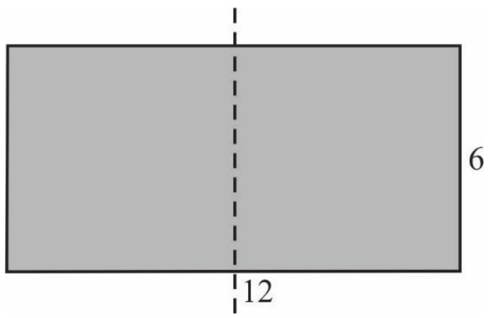
Obwód jednego prostokąta jest 2 razy większy od obwodu drugiego, co zapisujemy za pomocą równania.

$36-2x=2\cdot(2x+12)$
$36-2x=4x+24$
$12 = 6x$
$x = 2$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

Drugi sposób

Dzielimy prostokąt na 2 kwadraty o obwodach 24.



Suma obwodów kwadratów jest równa 48. Zauważmy, że jeśli przesuniemy linię podziału, suma obwodów otrzymanych figur się nie zmieni.

Łączny obwód szukanych prostokątów jest równy 48, stosunek tych obwodów jest równy 2 : 1.

Zatem obwód mniejszego prostokąta jest równy $48:3=16$

Skoro jeden bok tego prostokąta jest równy 6, to drugi bok ma długość $\frac{16}{2}-6=2$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

Trzeci sposób

Dzielimy prostokąt na 2 kwadraty o obwodach 24.
Przesuwamy linię podziału i otrzymujemy dwa prostokąty. W każdym z nich długość jednego boku zmienia się, a drugiego wynosi 6. Sprawdzamy, jaki jest iloraz obwodów otrzymanych prostokątów.

większy prostokąt		mniejszy prostokąt		iloraz obwodu większego prostokąta do mniejszego
długość jednego boku	obwód	długość jednego boku	obwód	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	32	2	16	$\frac{32}{16} = 2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Odpowiedź: Prostokąt o mniejszym obwodzie ma wymiary 6 i 2.

EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

Matematyka

Z opinii Recenzentów:

Bardzo różnorodny pod względem trudności, inteligentny zestaw przykładowych zadań jest niewątpliwie największym atutem *Informatora*. […] Nacisk na umiejętności złożone, w tym na umiejętność rozumowania matematycznego, jest w *Informatorze* wyraźnie widoczna. Dobrze dobrane przykłady zadań pokazują, że są to umiejętności, które może w znacznym stopniu opanować każdy uczeń, a nauka matematyki nie musi zamykać się w ramach rutynowych ćwiczeń, polegających na powtarzaniu ograniczonej liczby schematów rozwiązań.

prof. dr hab. Zbigniew Marciniak

Bardzo dużym atutem tego *Informatora* są zadania o różnym stopniu trudności, zarówno w części zamkniętej, jak i w części otwartej. […] Zasady oceniania podane są niezwykle przejrzyście. Na szczególną uwagę zasługuje podanie rozwiązań, w szczególności kilku możliwych rozwiązań. Zamieszczone rozwiązania opierają się nie tylko na rzetelnej wiedzy: są rozwiązania oparte o pomysł czy właściwą intuicję, a także rozwiązania metodą prób i błędów. Dowartościowanie rozwiązań opartych na metodzie prób i błędów, czy też rozwiązań nietypowych w pełni wpisuje się w koncepcję nowej podstawy programowej do szkoły podstawowej.

dr hab. Maciej Borodzik

„*Informator*” może stanowić obszerne źródło informacji i wskazówek zarówno dla uczniów, jak i nauczycieli rozpoczynających od września naukę w zreformowanej szkole podstawowej. Zawiera wiele interesujących i dobrych przykładów zadań, które mogą być źródłem nauczycielskich i uczniowskich inspiracji.

dr Anna Widur

CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

ISBN 978-83-940902-7-2